EXAMEN A (20PT)
MAT3250–ALGÈBRE LINÉAIRE III
AUTOMNE 2017, UQAM

LE 16 OCTOBRE 2017 DE 11H À 12H30

VEUILLEZ LIRE ATTENTIVEMENT CE QUI SUIT :

• **Consignes :** Vous n'avez le droit à aucun **document** (notes de cours, livres, etc.) ou **appareil** ÉLECTRONIQUE (ordinateur et assimilé, téléphone, calculatrice, tablettes etc.);

• **Critères d'évaluations :** Respect des consignes ; Clarté de la rédaction, de la présentation et exactitude du raisonnement amenant à la solution (comprend l'exactitude des calculs) ; Qualité du français écrit, bon usage du langage et des symboles mathématiques.

Justifier bien toutes vos réponses à partir du matériel vu en cours.

Exercice 1 (5pt). Soit E un espace vectoriel sur un corps $\Bbbk$ et $f_1, \ldots, f_n \in \mathrm{End}(E)$ tel que :

$$Id_E = f_1 + \cdots + f_n \text{ et } f_i \circ f_j = 0 \text{ pour tout } 1 \leq i \neq j \leq n.$$

Montrer que $E = \bigoplus_{i=1}^{n} f_i(E)$.

Exercice 2 (5+5+5=15pt). Soit $E = \mathbb{R}_2[X]$ et $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base dual de $(1, X, X^2)$. On considère $f, g \in E^*$ définies par

$$f(P) = P(1) \text{ et } g(P) = \int_0^1 P(t)dt.$$

(a) Montrer que $\mathcal{B}' = (e_1, f, g)$ est une base de E^*.
(b) Déterminer la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$.
(c) Donne la base de E dont $\mathcal{B}'$ est la base duale.

(Christophe Hohlweg) PK-4230
E-mail address: `hohlweg.christophe@uqam.ca`