

**FEUILLE D'EXERCICES 4,  
MAT3250–ALGÈBRE LINÉAIRE III  
AUTOMNE, UQAM**

Tout au cours de cette feuille d'exercice  $\mathbb{k}$  est un corps.

**Exercice 1.** Soit  $A, B$  des sous-espaces vectoriels d'un  $\mathbb{k}$ -espace vectoriel  $E$ . Montrer les énoncés suivants :

- (a)  $A \subseteq B \implies B^\circ \subseteq A^\circ$ ;
- (b)  $(A + B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$ ;
- (c)  $(A \cap B)^\circ = A^\circ + B^\circ$ .

Résoudre les même question avec  $A, B$  sous-espace de  $E^*$ .

**Exercice 2.** Soit  $X \subseteq E$  où  $E$  est  $\mathbb{k}$ -espace vectoriel. Montrer que

$$(\text{vect}(X))^\circ = \text{vect}(X^\circ).$$

Supposons que  $E$  est de dimension finie, on identifie alors  $E$  et son bidual via l'isomorphisme canonique. Montrer que  $(X^\circ)^\circ = \text{vect}(X)$ .

**Exercice 3.** Soit  $E$  un  $\mathbb{k}$ -espace vectoriel de dimension finie. Montrer que l'application  $A \mapsto A^\circ$  est une bijection de l'ensemble des sous-espaces  $A$  de  $E$  de dimension  $k$  sur l'ensemble des sous-espaces de  $E^*$  de codimension  $k$ .

(Christophe Hohlweg) PK-4230

*E-mail address:* hohlweg.christophe@uqam.ca