
PLAN DE COURS (Tentative)
MAT3250 groupe 20 **Algèbre linéaire III**

Lundi de 11h à 12h30 (PK533) et mercredi, 14h00-15h30 (PK4232)

Du 6 septembre au 13 décembre 2017

Professeur : Christophe Hohlweg

Bureau : PK-4212 (disponible sur rendez-vous les lundis, mercredi et vendredi)

Téléphone : 514-987-3 000 poste 4871

Courriel : hohlweg.christophe@uqam.ca

Page internet du cours : <http://lacim.uqam.ca/~hohlweg/mat3250-algebre-lineaire-iii/>

Description officielle

Objectif du cours : Compléter la théorie des espaces vectoriels. Développer les premiers éléments de la théorie des modules.

Contenu du cours : Réduction des endomorphismes : L'algèbre $\text{End}(V)$, décomposition d'un opérateur en sous-espaces caractéristiques, sous-espaces stables, nilpotence, forme normale de Jordan, décomposition de Dunford. Compléments sur les espaces vectoriels : espaces dual et bidual, bases duales, annulateur d'un sous-espace, notion d'isomorphisme canonique, applications duales. Algèbres tensorielle et extérieure. Espaces hermitiens, complexification d'un espace et d'un opérateur, notion d'opérateur adjoint, théorèmes spectraux pour les opérateurs auto-adjoints, décomposition polaire d'un opérateur inversible. Sujets complémentaires au choix : Introduction à la théorie des modules, à la théorie des représentations ou modules sur un anneau principal.

Présence au cours

Les présences au cours ne sont pas comptabilisées. Cependant, aucune note de cours ne sera disponible en ligne. Il est de la responsabilité de l'étudiantE absentE de se procurer les notes prises en cours auprès de ses collègues de classe. Aucune information sur le contenu des cours manqués ne sera envoyée par le professeur.

Toute absence à une évaluation en classe (test, examen, exercice) équivaut à un échec de cette évaluation, sauf en cas de force majeure¹. Dans un tel cas, et sans exception, vous aurez

1. Cas de force majeure : maladie, décès ou hospitalisation d'un parent proche, accident, etc. Ne sont pas

à fournir une pièce justificative et à vous entendre avec le professeur pour le rattrapage de l'évaluation manquée.

Vous êtes invitéEs à être particulièrement vigilantEs durant la seconde moitié de la session : c'est souvent à ce moment que l'on choisit de terminer les travaux qui s'accumulent plutôt que d'assister au cours. Il est conseillé de prévoir, dès le début de la session, le nombre et l'ampleur des travaux qui sont exigés dans l'ensemble de vos cours.

Résoudre des problèmes

Se poser des problèmes et les résoudre au moyen des outils mis à votre disposition en classe est la pierre angulaire de votre formation mathématique. Sans cela, vous échouerez. Il n'est pas essentiel de savoir résoudre tous les problèmes, mais il est essentiel d'y penser et d'essayer de les résoudre dans un temps raisonnable.

Des exercices seront proposés chaque semaine, les références suggérées en contiendront aussi.

Savoir rédiger proprement les solutions des exercices est important, n'hésitez pas à montrer vos solutions rédigées au professeur.

Circonstances particulières

Si vous avez des circonstances particulières (problèmes de santé, problèmes d'apprentissage, dyslexie, etc.), veuillez en aviser le professeur le plus tôt possible. Plusieurs services uqamiens peuvent être mis à contribution afin de vous aider.

Le site internet du cours

La consultation de la page internet du cours est obligatoire dans ce cours. Plusieurs documents, liens vers des sites internet d'exercices supplémentaires, devoirs et consignes s'y trouvent.

Courriel UQAM

Votre adresse de courriel normalisée de l'UQAM (...@courrier.uqam.ca) est la seule qui sera utilisée par le professeur pour communiquer avec vous. Vous avez la responsabilité de consulter ce courriel régulièrement. De même, tout message envoyé par vous au professeur au moyen d'une autre adresse de courriel (hotmail, gmail, yahoo, etc.) peut être bloqué par le serveur de l'UQAM.

inclus dans les cas de force majeure : un réveil-matin dysfonctionnel, une panne de métro, un emploi, une panne d'imprimante la veille, etc.

Écrire au professeur

Dans toutes vos communications par courriel au professeur, n'oubliez pas de donner un titre clair à votre message (le professeur n'ouvre pas les messages portant des titres tels que «Salut!» ou «Mes réflexions profondes», ou encore «En passant»), et d'y poser une question claire et précise (le professeur ne répond pas au message dont la question est «je ne comprends pas l'exercice 2!», «Et si j'additionne deux, je risque de tomber sur le bon résultat?» etc.).

Si vous écrivez au professeur, vous devriez recevoir une réponse dans un délai de 48 heures (deux jours) ouvrables; cela exclut donc les jours fériés et les fins de semaines. En ce sens, il est préférable d'éviter les demandes « urgentes » ou de dernière minute et de prévoir à l'avance vos échéances de travaux. Enfin, veuillez noter que vous ne recevrez pas de réponse si votre question concerne des consignes ou des précisions données ou bien en classe, ou bien sur la page internet du cours.

Calendrier (tentative)

— Cours 1

* Présentation du plan de cours.

* Présentation de l'entente d'évaluation.

Bloc 1 : Compléments et rappels sur les espaces vectoriels

- Rappels des opérations élémentaires sur les espaces vectoriels sur un corps \mathbb{K} : somme directe interne, intersection, quotient ;
- Sommes directes externes et quotient d'espaces vectoriels ;
- Notion de propriété universelle.
- Espaces vectoriels comme modules libres et isomorphisme sur \mathbb{K}^n .
- Suites exactes d'espaces vectoriels.
- Dualité dans les espaces vectoriels.
- Algèbres tensorielles et extérieures d'espaces vectoriels.

Bloc 2 : Espaces euclidiens et hermitiens

- Formes quadratiques et leur classification, produits scalaires, espaces euclidiens et espaces normés, le groupe orthogonal $O(n)$.
- Espaces hermitiens, le groupe unitaire $U(n)$.
- Diagonalisation des opérateurs unitaires et hermitiens.
- Adjoint d'un opérateur, opérateurs auto-adjoints, propriétés spectrales.
- Décomposition polaire des opérateurs inversibles.
- Forme canonique des formes bilinéaires, applications aux classifications des hyper-surfaces du second degré dans les espaces euclidiens.

Bloc 3 : Réduction des endomorphismes

- L'algèbre $End(V)$ et le groupe $GL_n(\mathbb{K})$.
- Anneaux et polynômes associés aux applications (opérateurs) linéaires. Théorème de Cayley- Hamilton, sous-espace caractéristiques, critère de diagonalisation, critère de trigonalisation, opérateurs nilpotents, forme normale de Jordan, décomposition de Dunford.

Bloc 2 : Espaces euclidiens et hermitiens

- Formes quadratiques et leur classification, produits scalaires, espaces euclidiens et espaces normés, le groupe orthogonal $O(n)$.
- Espaces hermitiens, le groupe unitaire $U(n)$.
- Diagonalisation des opérateurs unitaires et hermitiens.
- Adjoint d'un opérateur, opérateurs auto-adjoints, propriétés spectrales.
- Décomposition polaire des opérateurs inversibles.
- Forme canonique des formes bilinéaires, applications aux classifications des hyper-surfaces du second degré dans les espaces euclidiens.

Bloc 4 : Sujet complémentaire

- (selon le temps disponible) : introduction à la théorie des représentations ou à la théorie des modules.

Références : Voir page internet du cours

Évaluations

- **Un devoir (25%).**

Ces devoirs peuvent être faits individuellement ou en groupe de 2 à 3 personnes.

Chaque cosignataire **devra rédiger sa propre copie** et noter le nom des autres membres du groupe sur sa copie. ATTENTION à ne pas plagier la copie de votre collaborateur (voir le règlement sur la plagiat à la fin de ce texte).

Je me réserve le droit de convoquer individuellement les membres de chaque groupe pour fins d'évaluation.

– Le devoir sera distribué le 25 octobre au plus tard et **sera à rendre le mercredi 29 novembre en cours**. Les pénalités de retard commence dès que le devoir a été ramassé en cours.

Ce devoir vise les objectifs suivants :

1. Apprendre à écrire des mathématiques, à résoudre des problèmes, et à en communiquer clairement la solution.
2. À apprendre à rédiger des rapports de qualité professionnelle.

Consignes :

- Le nombre de page maximum permis sera spécifié sur l'énoncé du devoir. Ce devoir devra être rédigé² sur du papier format lettre ligné et broché avec une page de garde (qui ne compte pas dans le calcul du nombre de page).
- **2 examens de 1h30 chaque et comportant un ou deux exercices**
Examen A (20%) qui aura lieu dans la salle de classe habituelle, le lundi 16 octobre.
Examen B (20%) qui aura lieu dans la salle de classe habituelle, le mercredi 15 novembre.
- **1 Examen final (35%)**
 - * Durée : trois heures
 - * Lieu et date : salle de classe habituelle, le mercredi 13 décembre de 14h à 17h

CRITÈRES D'ÉVALUATIONS DES TRAVAUX ÉCRITS :

1. Clarté de la rédaction, de la présentation et exactitude du raisonnement amenant à la solution (comprend l'exactitude des calculs)
2. Qualité du français écrit, bon usage du langage et des symboles mathématiques
3. Respect des consignes propres à chaque examen ou devoir.
4. **Dans le cas des examens, l'utilisation de tout document, calculatrice, ordinateur, téléphone, etc. est interdite**
5. **Dans le cas des devoirs, chaque jour de retard entraîne une pénalité de 10%. Par exemple, une journée de retard sur un devoir noté sur 20 équivaut à un retrait de 2 points de la note finale du devoir.**
6. **AUCUN DEVOIR DE LA QUALITÉ D'UN BROUILLON NE SERA ACCEPTÉ**
7. Voir le règlement concernant le plagiat à la fin de ce texte

2. Vous pouvez aussi rédiger ces devoirs sous LaTeX (voir détails sur la page internet du cours) ou sous tout autre traitement de texte, et l'imprimer sur feuille blanche avec des caractères de taille 12pt, des marges d'au moins 1,5cm de tous les cotés et en format 1.5 interlignes

PLAGIAT

Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-crédit, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions liées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : <http://r18.uqam.ca/>