EXAMEN A (20PT)
MAT2250–THÉORIE DES GROUPES
AUTOMNE, UQAM
LE 5 OCTOBRE 2018 DE 9H À 10H30

VEUILLEZ LIRE ATTENTIVEMENT CE QUI SUIT :

• **Consignes :** Vous n'avez le droit à aucun **document** (notes de cours, livres, etc.) ou **appareil** ÉLECTRONIQUE (ordinateur et assimilé, téléphone, calculatrice, tablettes etc.);

• **Critères d'évaluations :** Respect des consignes ; Clarté de la rédaction, de la présentation et exactitude du raisonnement amenant à la solution (comprend l'exactitude des calculs) ; Qualité du français écrit, bon usage du langage et des symboles mathématiques.

Justifier bien toutes vos réponses à partir du matériel vu en cours.

Exercice 1 (5pt). Soit G un groupe tel que tout élément de G est égal à son inverse, c'est-à-dire, $g = g^{-1}$ pour tout $g \in G$. Montrer que G est abélien.

Exercice 2 (5pt). Soit G un groupe. On considère le sous-ensemble :

$$H = \{x \in G \mid gxg^{-1} = x, \forall g \in G\}.$$

Montrer que $H \leq G$, puis que H est abélien.

Exercice 3 (5pt). Soit G un groupe et soit $a, b \in G$ tel que $a^5 = e$ et $a^3 b = ba^3$.

(1) Montrer que $a^6 b = ba^6$;
(2) en déduire que a et b commutent, c'est-à-dire, que $ab = ba$.

Exercice 4 (5pt). Soit G un groupe fini et e son élément neutre.

(1) Supposons que G contiennent un élément $x \neq e$ tel que $x = x^{-1}$. Montrer que l'ordre de G est un multiple de 2.
(2) Soit H et K deux sous-groupes de G. Montrer que si l'ordre de H et l'ordre de K sont premiers entre eux alors $H \cap K = \{e\}$.

(Christophe Hohlweg) PK-4230
E-mail address: hohlweg.christophe@uqam.ca