Christophe Hohlweg
hohlweg.christophe@uqam.ca
http://hohlweg.math.uqam.ca/

Examen de mi-session (20pt)

23 octobre 2025 de 9h à 12h

Durée : 3h

VEUILLEZ LIRE ATTENTIVEMENT CE QUI SUIT :

• Consignes :

- **L'utilisation de tout document, calculatrice, ordinateur, téléphone, etc. est interdite**

Critères d'évaluation

- Respect des consignes
- Clarté de la rédaction, de la présentation et exactitude du raisonnement amenant à la solution (comprend l'exactitude des calculs)
- Qualité du français écrit, bon usage du langage et des symboles mathématiques

---

Exercice 1 (3pt) Soit ABC un triangle. Soit $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ tel que

$$AM = BM = MN.$$

Montrer que le triangle BCN est rectangle en N.

Exercice 2 (1+2+2+2=7pt) Soient $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ deux cercles de centre respectifs O et O' et de rayon r et r'. On suppose que $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont sécants en deux points distincts A et B. Soit C (resp. D) le point diamétralement opposé à B sur $\mathscr{C}$ (resp. sur $\mathscr{C}'$). En d'autres termes, $[BC]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$ et $[BD]$ est un diamètre de $\mathscr{C}'$. Montrer que:

1. $(OO') \perp (AB)$.
2. A, C et D sont alignés.
3. $(CD) \parallel (OO')$.
4. $CD = 2\,OO'$.

Suite au verso

Christophe Hohlweg
hohlweg.christophe@uqam.ca
http://hohlweg.math.uqam.ca/

Exercice 3 (3+2=5pt) Soit $ABCD$ un parallélogramme. Soit I le milieu de $[BC]$ et J le milieu de $[AD]$. Soit H et K deux points définis par :

$$\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{DK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}.$$

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{HI}$ et $\overrightarrow{KJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2. Les droites (HI) et (KJ) sont-elles parallèles? (Justifier la réponse).

Exercice 4 (1+1+2+2+2=8pt) On considère un parallélogramme $ABCD$ de centre O (l'intersection des diagonales) et I l'orthocentre du triangle OBC et K l'orthocentre du triangle OAD.

1. Montrer que les droites (OI) et (BC) son perpendiculaires.
2. Montrer que les points K, O et I sont alignés.
3. Montrer que (AK) et (IC) sont parallèles.
4. Montrer le quadrilatère $AICK$ est un parallelogramme.
5. En déduire que O est le milieu de $[IK]$.

Il y a 3 points bonus sur l'ensemble de l'examen